UN MODÈLE DES FLUX INTERRÉGIONAUX DE MARCHANDISES AU CANADA BASÉ SUR LE CONCEPT D'INFORMATION

par

Yvon Bigras, Paul Hamelin
et Sang Nguyen

Université de Montréal
Centre de recherche sur les transports - Publication #292
Avril 1983

Dépôt légal - 4e trimestre 1983

SOMMAIRE

Les flux de marchandises entre les régions dépendent de plusieurs facteurs socio-économiques tels les coûts de transport entre ces régions, les coûts de production dans chacune des régions, la localisation des marchés, les liens commerciaux interentreprises, etc. Ces flux peuvent aussi être contraints de respecter certaines contraintes technologiques telles les relations intersectorielles de type input-output ou des contraintes de capacité de production.

Nous présentons dans ce rapport un modèle qui permet de tenir compte du plus grand nombre de variables et données disponibles. C'est le modèle TOMM-2 qui est formulé sous la forme d'un programme mathématique non-linéaire dont la fonction objectif découle du concept d'information. La solution du problème tend vers des flux interrégionaux "a priori" qui ont été obtenus préalablement des résultats d'une régression des flux observés sur diverses variables socio-économiques. La solution du problème mathématique tiendra en plus compte des relations structurelles intersectorielles dans chaque région, puisqu'on y ajoute cette information sous forme de contraintes.

Après avoir fait une revue de l'art des modèles de flux interrégionaux avant d'en arriver au modèle TOMM-2 lui-même, nous le testerons avec des données canadiennes pour 1974 (voir Bigras et al., 1982a). On le comparera en particulier au modèle de type gravitaire de Wilson (1970).

- - - - - - - - - - - - - - -

TABLE DES MATIÈRES

Introduction 1

Modélisation des flux interrégionaux: état de l'art. 2

Le modèle économique multirégional TOMM-2. 9

Résultats et applications du modèle TOMM-2 17

Conclusion 21

Références 23

- - - - - - - - - - - - - -

TABLEAU

Tableau 1: Comparaison des résultats obtenus pour la statistique $\phi(x,z)$ avec les modèles TOMM-2, gravitaire et linéaire. 19

- - - - - - - - - - - - - -

INTRODUCTION

Les flux de marchandises entre les régions dépendent de plusieurs facteurs socio-économiques tels les coûts de transport entre ces régions, les coûts de production dans chacune des régions, la localisation des marchés, les liens commerciaux interentreprises, etc. Ces flux peuvent aussi être contraints de respecter certaines contraintes technologiques, comme les relations intersectorielles de type input-output ou des contraintes de capacité de production.

Nous présentons dans ce rapport un modèle qui permet de tenir compte du plus grand nombre de variables et données disponibles. C'est le modèle TOMM-2 qui est formulé sous la forme d'un programme mathématique non-linéaire dont la fonction objectif découle du concept d'information. La solution du problème tend vers des flux interrégionaux "a priori" qui ont été obtenus auparavant des résultats d'une régression des flux observés sur diverses variables socio-économiques. La solution du problème mathématique tiendra en plus compte des relations structurelles intersectorielles dans chaque région puisqu'on y ajoute cette information comme contrainte.

Le modèle a sensiblement la même structure que le modèle TOMM proposé par Los (1980). On y retrouve les mêmes contraintes, la différence se situant au niveau de la fonction objectif. Comme on le soulignera, la partie normative de la fonction objectif du modèle TOMM, qui repose sur un objectif de maximisation d'une mesure de profit brut, s'avère redondante par rapport à la partie descriptive basée sur le concept d'information. Dans notre formulation, les aspects normatifs et économiques qui expliquent les flux interrégionaux se retrouvent dans le terme d'information par

l'intermédiaire des flux "a priori" qui ne sont plus les flux observés, mais des flux estimés sensibles aux variables socio-économiques.

Après avoir fait une revue de l'art des modèles de flux interrégionaux avant d'en arriver au modèle TOMM-2 lui-même, nous le testerons avec les données canadiennes pour 1974 (voir Bigras, Hamelin et Nguyen, 1982a). On le comparera en particulier au modèle de Wilson (1970) de type gravitaire.

MODÉLISATION DES FLUX INTERRÉGIONAUX: ÉTAT DE L'ART

Analyse input-output interrégional

Les modèles input-output interrégionaux ont d'abord été vus comme une simple désagrégation spatiale du modèle national de Léontieff. C'est le cas du premier de ces modèles, le modèle "idéal" d'Isard (1951) dont les équations structurelles de base sont[1]:

$$x_i^k - \sum_{h=1}^{K} \sum_{j=1}^{R} x_{ij}^{kh} = \sum_{j=1}^{R} y_{ij}^k \qquad \begin{matrix} k,h = 1,\ldots,K \\ i,j = 1,\ldots,R \end{matrix} \qquad (1)$$

où il y a $i,j = 1,\ldots,R$ régions et $k,h = 1,\ldots,K$ secteurs productifs, et où x_i^k représente l'output total de l'industrie k dans la région i, x_{ij}^{kh} représente le flux de l'industrie k dans la région i vers l'industrie h dans la région j, et y_{ij}^k représente la partie de la demande finale pour le bien k dans la région j satisfaite par l'output de la région i, et

$$x_{ij}^{kh} = b_{ij}^{kh} x_j^h \qquad (2)$$

---

[1] En considérant pour l'instant qu'il y a relation bi-univoque entre secteurs productifs et biens ou services.

où b_{ij}^{kh} représente le coefficient spatial d'input, indiquant la quantité de bien k de la région i nécessaire par unité d'output de l'industrie h dans la région j.

En substituant (2) dans (1), on obtient:

$$x_i^k - \sum_{h=1}^{K} \sum_{j=1}^{R} b_{ij}^{kh} x_j^h = \sum_{j=1}^{R} y_{ij}^k \qquad \begin{matrix} k,h=1,\ldots,K \\ i,j=1,\ldots,R \end{matrix} \qquad (3)$$

Les demandes finales régionales, étant donné ce système d'équations, nous permettent de trouver les productions régionales, la solution étant donnée par

$$x_i^k = \sum_{h=1}^{K} \sum_{j=1}^{R} B_{ij}^{kh} y_{ij}^h \qquad \begin{matrix} k,h=1,\ldots,K \\ i,j=1,\ldots,R \end{matrix} \qquad (4)$$

où $[B_{ij}^{kh}] = [I-b]^{-1}$, b étant la matrice des coefficients spatiale d'input.

Ce modèle suppose la stabilité des coefficients spatiaux d'input b_{ij}^{kj}, lorsqu'on prédit la production future ou les multiplicateurs d'output. On peut identifier deux composantes dans ce coefficient spatial d'input: soit a_j^{kh}, le coefficient technique régional exprimant la quantité d'input de l'industrie k, d'où qu'elle provienne, requise par unité d'output de l'industrie h dans la région j, et t_{ij}^{kh}, la proportion de la quantité totale de k nécessaire pour l'industrie h dans la région j, fournie par l'industrie k de la région i ($\sum_{i=1}^{R} t_{ij}^{kh} = 1$). On a alors la relation

$$b_{ij}^{kh} = t_{ij}^{kh} a_j^{kh} \qquad \begin{matrix} (k,h=1,\ldots,K) \\ (i,j=1,\ldots,R) \end{matrix} \qquad (5)$$

L'hypothèse des coefficients spatiaux d'input suppose donc la stabilité des coefficients techniques régionaux (a_j^{kh}) et la stabilité des coefficients commerciaux (t_{ij}^{kh}).

Si les coefficients techniques régionaux sont parfois disponibles, il n'en est pas de même pour les coefficients commerciaux. Il y a donc eu différentes tentatives de simplification du modèle "idéal" d'Isard afin de contourner cette difficulté. La méthodologie de Moses-Chenery a été la plus utilisée. Ce modèle estime les flux interrégionaux grâce à l'équation suivante:

$$\tilde{b}_{ij}^{kh} = a_j^{kh} t_{ij}^k \qquad (6)$$

où $t_{ij}^k = Z_{ij}^k / Z_j^k$, et Z_{ij}^k est la quantité de bien k achetée par toutes les industries et les secteurs de la demande finale de la région j en provenance de la région i, et Z_j^k sont les achats totaux de bien k par toutes les industries et les secteurs de la demande finale de la région j en provenance de toutes les régions. Ce modèle suppose la stabilité des structures commerciales interrégionales, et l'uniformité des relations commerciales pour tous les secteurs à l'intérieur d'une région. Toutes les industries dans une région ont en effet la même structure commerciale d'approvisionnement pour un bien donné, cette structure étant la moyenne pour la région dans son ensemble.

Au Canada, les diverses études input-output interrégionales faisaient toutes appel à des degrés divers à l'hypothèse de Moses-Chenery. Citons celles de Van Peetersen (1979) et du MEER (1976,1977).

L'approche gravitaire

La stabilité des structures commerciales que supposent les modèles input-output interrégionaux les rend insensibles à des modifications du système de transport ou des tarifs de transport. Ce n'est pas le cas avec

la programmation linéaire où on formule un problème de minimisation des coûts de transport en considérant comme exogène la demande totale de transport en provenance ou à destination de chaque région (O'Sullivan et Ralston, 1974). On a aussi essayé d'estimer des modèles de distribution de type gravitaire pour prévoir les flux de marchandises par couple origine-destination, la demande en provenance et à destination de chaque région étant aussi fixée (Black, 1971; Chisholm et O'Sullivan, 1973; Mera, 1971). Or, l'efficacité absolue de ces modèles demeurent relativement faible (Pitfield, 1978).

Une voie plus prometteuse a été suivie par Leontieff et Strout dès 1963. Ils intègrent dans leur modèle des relations structurelles intersectorielles régionales et des flux interrégionaux caractérisés par un modèle gravitaire. De ce fait, les flux interrégionaux de biens et services dépendent explicitement, à la fois des coûts de transport et des relations techniques internes aux économies régionales. Wilson (1970) a montré comment le modèle de Leontieff et Strout pouvait s'interpréter comme la solution d'un problème de maximisation d'entropie sous des contraintes linéaires représentant les relations structurelles de chaque économie régionale. Sa formulation est basée sur le concept d'entropie qui nous assure que la solution, mise sous forme de distribution de probabilité, est la meilleure estimation respectant les contraintes du problème mathématique. Ceci peut être démontré en partant de

$$S(p_1,\ldots,p_n) = -k \sum_{i=1}^{n} p_i \ln p_i \qquad (7)$$

que Shannon et Weaver (1949) ont démontré être une mesure unique et sans

ambiguité de l'incertitude rattachée à une distribution de probabilité p_i.

Le modèle gravitaire de Wilson s'écrit alors sous la forme du programme mathématique non-linéaire suivant:

$$\underset{\{x_{ij}^k\}}{\text{Min}} \quad \sum_{i=1}^{R}\sum_{j=1}^{R}\sum_{k=1}^{K} x_{ij}^k \ln x_{ij}^k + \gamma \sum_{i=1}^{R}\sum_{j=1}^{R}\sum_{k=1}^{K} c_{ij}^k x_{ij}^k \tag{8}$$

$$\text{t.q.} \quad \sum_{j=1}^{R} x_{ji}^k = \sum_{h=1}^{K} a_i^{kh} \sum_{j=1}^{R} x_{ij}^h + y_i^k \qquad \begin{matrix} i=1,\ldots,R \\ k=1,\ldots,K \end{matrix} \tag{9}$$

$$\sum_{i=1}^{R}\sum_{j=1}^{R}\sum_{k=1}^{K} x_{ij}^k = T \tag{10}$$

$$x_{ij}^k \geq 0 \qquad \begin{matrix} i,j=1,\ldots,R \\ k=1,\ldots,K \end{matrix} \tag{11}$$

où x_{ij}^k sont les flux interrégionaux, y_i^k, les demandes finales, a_i^{kh}, les coefficients techniques régionaux, c_{ij}^k, les coûts de transport pour une unité de bien k entre les régions i et j, γ, un paramètre à calibrer et T, la valeur totale de flux entre les régions. Ce modèle tend à maximiser l'entropie et à minimiser les coûts de transport, la pondération entre ces deux objectifs étant donnée par le paramètre γ calibré empiriquement.

Les contraintes (9) du modèle de Wilson sont des contraintes comptables obtenues en supposant essentiellement la constance des relations input-output régionales, hypothèse générale à l'ensemble de la méthodologie input-output. Par contre, contrairement à la plupart des modèles interrégionaux, le modèle n'impose pas l'hypothèse de stabilité des flux commerciaux et permet la substitution interrégionale des inputs et la substitution des marchés régionaux pour les outputs. Dans le membre de gauche, on retrouve

tout ce qui arrive de bien k dans la région i, en provenance des différentes régions j et en provenance de la région i elle-même. Dans le membre de droite on retrouve les différentes utilisations de bien k dans la région i, soit comme utilisation intermédiaire, soit comme demande finale. La contrainte (10) exprime que le total des flux entre les régions est déterminé de façon exogène.

Le modèle TOMM

Los (1980) propose un modèle basé sur le concept d'information, qui est une généralisation du concept d'entropie. Soit q_i, une distribution de probabilité "a priori" et p_i, une distribution de probabilité "a posteriori", alors

$$I(p,q) = \sum_i p_i \ln \frac{p_i}{q_i} \qquad (12)$$

est une mesure de distance entre les deux distributions de probabilité. C'est une mesure de l'information contenue dans le message qui transforme q en p. Si les deux distributions de probabilité sont identiques, alors la valeur de I(p,q) est de zéro. Plus l'écart entre les deux distributions est grand et plus la valeur de I(p,q) est grande. Ce concept a été développé par Kullback (1959) et appliqué en économique par Theil (1967).

Le modèle TOMM est formulé comme un problème convexe à contraintes linéaires. Il s'agit de déterminer les flux x_{ij}^k $(i,j = 1,\ldots,R;\ k = 1,\ldots,K)$ qui résolvent le problème suivant :

$$\underset{\{x_{ij}^k\}}{\text{Max}} \sum_{i=1}^{R} \sum_{j=1}^{R} \sum_{k=1}^{K} \tau_{ij}^k x_{ij}^k - \gamma \sum_{i=1}^{R} \sum_{j=1}^{R} \sum_{k=1}^{K} x_{ij}^k \, \ell n \frac{x_{ij}^k}{z_{ij}^k} \qquad (13)$$

$$\text{t.q.} \sum_{j=1}^{R} x_{ji}^k = \sum_{h=1}^{K} a_i^{kh} \sum_{j=1}^{R} x_{ij}^h + y_i^k \qquad \begin{matrix} i=1,\ldots,R \\ k=1,\ldots,K \end{matrix} \qquad (14)$$

$$\sum_{i=1}^{R} \sum_{j=1}^{R} \sum_{k=1}^{K} x_{ij}^k = T \qquad (15)$$

$$x_{ij}^k \geq 0 \qquad \begin{matrix} i,j=1,\ldots,R \\ k=1,\ldots,K \end{matrix} \qquad (16)$$

où, à la notation que l'on retrouvait dans le modèle (8) à (11) de Wilson, il faut ajouter τ_{ij}^k qui est une mesure du bénéfice brut obtenu en produisant un dollar d'output du bien k dans la région k, et z_{ij}^k qui est une valeur"a priori"observée pour le flux de bien k entre les régions i et j.

Le premier terme de la fonction objectif représente une mesure des bénéfices bruts pour l'ensemble des biens. Le second terme de la fonction objectif est un terme d'information qui, d'une part fait tendre les flux x_{ij}^k vers les flux observés z_{ij}^k modélisant ainsi la force d'inertie qui existe dans l'économie et, d'autre part adoucit le caractère tout-ou-rien d'une solution optimale, donc extrémale, du modèle linéaire. γ est un paramètre de calibration dont la valeur pourra être obtenue à partir des flux observés z_{ij}^k. Les contraintes sur les relations input-output régionales sont identiques aux contraintes du modèle de Wilson, dans cette version simplifiée de TOMM. Nous reviendrons dans la présentation de TOMM-2 sur une formulation plus complète des contraintes structurelles intersectorielles qui tient compte, par exemple, de la proportion des inputs qui est importée de l'étranger.

Or, dans cette formulation la partie normative, dont le but est de maximiser une mesure de profit brut, est redondante. En effet, z_{ij}^k est une solution des contraintes en plus de satisfaire le critère de calibration de γ. Ce critère dit que le profit total résultant de la solution du programme mathématique ($\sum_{i=1}^{R} \sum_{j=1}^{R} \sum_{k=1}^{K} \tau_{ij}^k x_{ij}^k$) doit être égal au profit observé calculé à partir des flux observés z_{ij}^k ($\sum_{i=1}^{R} \sum_{j}^{R} \sum_{k}^{K} \tau_{ij}^k z_{ij}^k$). Alors la solution triviale de ce problème c'est de fixer γ égal à l'infini, d'oublier la partie normative et d'avoir comme solution $x_{ij}^k = z_{ij}^k$ (i,j=1,...,R; k=1,...,K) si rien n'est modifié dans les contraintes. Cela n'implique cependant pas que la partie normative de maximisation du profit n'explique en rien les flux interrégionaux. Le problème vient plutôt du fait que les flux observés z_{ij}^k contiennent à la fois les explications normatives et les effets d'inertie présents dans le système. C'est le problème auquel s'attaque le modèle TOMM-2 présenté dans la section suivante.

LE MODÈLE ÉCONOMIQUE MULTIRÉGIONAL TOMM-2

Formulation du modèle

On obtient les flux interrégionaux de marchandises commercialisables x_{ij}^k (i,j=1,...,R; $k \in I_1$) en résolvant le programme convexe à contraintes linéaires suivant:

$$\underset{\{x_{ij}^k\}}{\text{Min}} \sum_{i=1}^{R} \sum_{j=1}^{R} \sum_{k \in I_1} x_{ij}^k \, \ell n \frac{x_{ij}^k}{\tilde{z}_{ij}^k} \tag{17}$$

$$\text{t.q.} \sum_{j=1}^{R} x_{ji}^k = \sum_{h=1}^{R} \alpha_i^{kh} \sum_{j=1}^{R} x_{ij}^h + \psi_i^k \qquad \begin{matrix} k \in I_1 \\ i=1,\ldots,R \end{matrix} \tag{18}$$

$$\sum_{i=1}^{R} \sum_{j=1}^{R} \sum_{k \in I_1} x_{ij}^{k} = T \qquad (19)$$

$$x_{ij}^{k} \geq 0 \qquad i,j=1,\ldots,R \quad k \in I_i \qquad (20)$$

où on utilise la notation suivante:

$i,j=1,\ldots,R$ représentent les régions du Canada,

$k,h=1,\ldots,K$ représentent les biens et les services produits par les secteurs productifs,

I_1 est l'ensemble des indices représentant les biens commercialisables,

x_{ij}^{k} $(i,j=1,\ldots,R;\ k \in I_1)$ est le flux de bien commercialisable k entre les régions i et j,

$\tilde{z}_{ij}^{k}$ $(i,j=1,\ldots,R;\ k \in I_1)$ est une valeur a priori estimée pour le flux de bien commercialisable k entre les régions i et j,

α_i^{kh} $(i=1,\ldots,R;\ k,h \in I_1)$ est une mesure des besoins domestiques totaux de bien k par dollar d'output du bien h dans la région i,

ψ_i^{k} $(i=1,\ldots,R;\ k \in I_i)$ représente les demandes finales pour chaque bien commercialisable et chaque région,

T est la valeur totale des flux de bien commercialisable entre toutes les régions.

Le modèle est fondé sur le concept d'information mais, contrairement au modèle TOMM, la fonction objectif ne contient pas de partie normative basée sur la maximisation d'une mesure de profit brut. On ne doit donc pas calibrer le modèle afin de pondérer l'importance relative des parties normative et descriptive de la fonction objectif. Par contre, la valeur"a priori"des flux interrégionaux vers laquelle la solution du programme mathématique tend n'est pas la valeur observée de ces flux pour une

année de base, mais des flux estimés à partir d'une régression des flux observés sur un ensemble de variables socio-économiques.

Les contraintes (18) sont des contraintes comptables sur les relations input-output régionales qui sont cependant composées de coefficients structurels modifiés pour tenir compte de la distinction entre les biens commercialisables (ex: biens manufacturés et matières premières) qui ont des flux interrégionaux et les biens et services non-commercialisables (ex.: services personnels) qui sont produits et consommés à l'intérieur de chaque région. Dans le membre de gauche, on retrouve tout ce qui arrive de bien commercialisable k dans la région i en provenance des différentes régions j, en incluant ce qui est produit dans la région i elle-même. Dans le membre de droite, on retrouve les différentes utilisations de bien commercialisable k dans la région i. Il y a d'abord une demande intermédiaire de bien k qui découle de la production de bien commercialisable h destinée au marché domestique canadien par le biais du coefficient technique α_i^{kh}, que cette demande soit directe ou induite par la production des biens et services non-commercialisables nécessaires pour produire de bien commercialisable h. On retrouve ensuite ψ_i^k, la demande finale globale qui est composée de trois éléments: la production de bien commercialisable k générée par les exportations destinées à l'étranger des divers biens, la production de bien commercialisable k induite par la demande finale des biens et services non-commercialisables et la demande finale proprement dite de bien commercialisable k dans la région i. On peut retrouver dans Bigras et al. (1982a) le calcul détaillé de α_i^{kh} et ψ_i^k, calcul fait à partir des données input-output régionales compilées par Statistique Canada pour 1974

(Gaston, 1979). Ces modifications proposées par Los (1980) aux contraintes structurelles intersectorielles régionales assurent que la solution du programme mathématique donne des flux interrégionaux de biens commercialisables qui tiennent compte des effets induits par la demande finale ou par les utilisations intermédiaires des biens et services non-commercialisables. La contrainte (19) fixe la somme totale des flux de biens commercialisables. Il est en effet nécessaire, si on se réfère aux fondements théoriques du modèle d'information en termes de distribution de probabilité, de fixer cette somme totale des flux. Cependant, il faut souligner que les demandes finales qui apparaissent dans les contraintes (18) fixent cette somme à 1% près, bien que la solution puisse être fort différente en termes des flux interrégionaux. Dans certaines applications, on pourrait finalement ajouter d'autres contraintes s'avérant pertinentes, comme les capacités de production par région et par bien ou la disponibilité en main d'oeuvre dans chaque région. C'est d'ailleurs un des grands avantages d'un modèle formulé sous forme de programme mathématique que de permettre ces additions.

Estimation des flux a priori

Le modèle TOMM formulé par Los (1980) avait l'avantage, tout en considérant les structures input-output régionales et les facteurs d'inertie dans l'économie, d'introduire une explication normative des flux interrégionaux basée sur une notion de profit à maximiser. Nous allons conserver ces trois éléments en introduisant l'aspect normatif du modèle dans l'explication des flux a priori $\tilde{z}^{k}_{ij}$. Le programme mathématique assure qu'on s'éloigne le moins possible des flux interrégionaux a priori qui tiennent compte à la fois des aspects normatif et d'inertie, tout en respectant les contraintes

comptables input-output régionales ou d'autres contraintes jugées pertinentes. Ces flux a priori $\tilde{z}^k_{ij}$ sont estimés à partir d'une régression des flux observés z^k_{ij} sur diverses variables socio-économiques. Si dans un scénario la valeur de certaines variables explicatives des flux a priori change (ex.: les coûts de transport pour les flux de marchandises partant d'une région), on recalculera à partir des résultats de la régression de nouveaux flux a priori pour ce scénario,et on résoudra le programme mathématique (17) - (20) avec ces nouveaux flux a priori pour obtenir le résultat a posteriori qui tient compte des contraintes.

Il reste à spécifier la forme de cette régression des flux observés sur des variables socio-économiques, en soulignant d'abord que chacun des 64 biens commercialisables est un problème particulier. En effet, pour chaque bien on fait une régression différente avec les flux observés sur les 64 paires origine-destination (le Canada étant divisé en huit régions) comme observations de la variable dépendante. Ces flux observés font partie des données input-output régionales compilées par Statistique Canada pour 1974 (Gaston, 1979). En faisant une régression différente pour chaque bien, on raffine grandement le modèle par rapport au modèle de type gravitaire de Wilson (1970) où il n'y a qu'un paramètre à calibrer sur un critère agrégé des coûts de transport totaux pour tous les biens. La sensibilité de chaque bien aux variables explicatives pouvant être fort différentes, le modèle TOMM-2 permet des paramètres différents pour chacun.

Les variables explicatives retenues sont les suivantes:

i) Les coûts de transport c^k_{ij}, qui représentent le coût pour transporter une unité de bien commercialisable k entre les régions i et j. Comme

première approximation pour ces coûts, on utilise les résultats d'une estimation des tarifs de chemin de fer au Canada (Heaver et Oum, 1976). On pourrait raffiner ces coûts éventuellement en tenant compte d'une répartition zonale à l'intérieur des régions d'origine et de destination et d'une répartition modale du trafic.

ii) Les coûts de production cp_i^k pour le bien k dans la région d'origine i. On se sert ici des données structurelles régionales de Statistique Canada en sommant, pour chaque bien et dans chaque région, le coût des inputs intermédiaires et du travail pour produire une unité de bien k.

iii) Une variable PA_{ij}^k combinant la production de bien k dans la région d'origine i et l'attraction pour le bien k dans la région de destination j. On prend la racine carrée du produit de la production en i par l'attraction en j.

iv) Une variable binaire D_{ij}^k, égale à 1 quant il s'agit de certains flux intrarégionaux et égale à 0 sinon. Elle a pour but d'isoler certaines observations que les autres variables ne réussissent pas à expliquer adéquatement. Par exemple, pour le bien #12 (poissons et animaux marins), les flux intrarégionaux à Terre-Neuve, dans les Maritimes et en Colombie-Britannique sont fortement sous-évalués si on n'ajoute pas cette variable, malgré l'inclusion de la variable de production-attraction.

Les deux dernières variables représentent finalement, dans les régressions, l'inertie existante dans le système économique et des facteurs de types institutionnels (protectionnisme dans les provinces, relations

commerciales interentreprises, etc.), alors que les variables de coût de transport et de production représentent l'aspect normatif identifié par le modèle.

On a examiné deux formes fonctionnelles pour chacun des 64 biens commercialisables: linéaire et log-linéaire. Quelle est la meilleure? On ne peut donner de réponse globale. De façon générale, il semblerait d'autant plus préférable d'utiliser la forme linéaire moins le bien est transformé (ex.: matières premières). Par contre, plus le bien est transformé, plus la forme log-linéaire s'avérerait préférable. Mais il reste à voir si l'inclusion de certaines variables additionnelles, de type indice d'accessibilité ou indice de centralité, par exemple, ne serait pas souhaitable. De plus, la forme fonctionnelle log-linéaire peut poser certains problèmes, les erreurs minimes en termes de logarithme pouvant être énormes pour les flux les plus élevés, lorsqu'on retransforme les logarithmes en flux. Ces erreurs sur un ou deux des 64 flux a priori sont cependant facilement corrigées par les contraintes du modèle TOMM-2, tout en gardant la bonne distribution parmi les autres flux a priori.

Il faut ici noter le fait que pour certains biens un nombre appréciable de flux sont nuls. Il y a en effet 25 flux nuls en moyenne par régression. Pour éviter le biais que cela peut causer (voir Tobin, 1958 et Maddala, 1977), on pourra utiliser le modèle TOBIT pour estimer les régressions.

On a dans un premier temps estimé les régressions par les moindres carrés ordinaires. Les variables PA_{ij}^{k} et D_{ij}^{k} sont toujours significatives[1],

[1] A un niveau de signification de 0,05.

alors que la variable coûts de production ne l'est que dans 9 cas sur 64 avec la forme linéaire et dans 24 cas avec la forme log-linéaire. Quand aux coûts de transport, ils semblent expliquer en partie les flux inter-régionaux dans 49 cas sur 64 avec la forme linéaire et dans 55 cas sur 64 avec la forme log-linéaire. A première vue, les résultats des régressions obtenus à partir du modèle TOBIT ne semblent pas tellement différents de ceux-ci.

Conditions d'optimalité

Les flux a priori étant calculés, le programme mathématique (17)-(20) consiste à minimiser une fonction strictement convexe sujette à des contraintes d'égalité linéaires. Les conditions de Kuhn-Tucker sont alors nécessaires et suffisantes pour obtenir un optimum global. En définissant par q_i^k et v les variables duales associées respectivement aux contraintes (18) et (19), on obtient le Lagrangien suivant:

$$L = \sum_{i=1}^{R} \sum_{j=1}^{R} \sum_{k \in I_1} x_{ij}^k \, \ell n \frac{x_{ij}^k}{\tilde{z}_{ij}^k} + q_i^k \left(\sum_{j=1}^{R} x_{ji}^k - \sum_{j=1}^{R} \sum_{h \in I_k} \alpha_i^{kh} \, x_{ij}^h - \psi_i^k \right) + v \left(\sum_{i=1}^{R} \sum_{j=1}^{R} \sum_{k \in I_1} x_{ij}^k - T \right) \tag{21}$$

alors

$$\nabla_{ij}^k L = \ell n \frac{x_{ij}^k}{\tilde{z}_{ij}^k} + 1 + q_i^k - \sum_{h \in I_i} q_i^h \, \alpha_i^{hk} + v = 0 \tag{22}$$

La solution du programme est donc de la forme:

$$x_{ij}^{k} = \tilde{z}_{ij}^{k} \exp(-q_j^k) \exp\left(\sum_{h\in I_1} q_1^h \alpha_1^{hk}\right) \exp(-1-v) \qquad (23)$$

où $\tilde{z}_{ij}^{k}$ est le flux a priori estimé.

RÉSULTATS ET APPLICATIONS DU MODÈLE TOMM-2

Résultats

Dans le but de vérifier si le modèle TOMM-2 reproduit bien la réalité, nous allons comparer aux flux observés les résultats obtenus en prenant comme valeur a priori les flux estimés initialement par la régression. On ne change ici rien aux variables dépendantes de la régression ou aux contraintes structurelles intersectorielles régionales. Ainsi, plus les régressions seront efficaces, plus les résultats du programme mathématique devraient se rapprocher des flux observés. On fera cette comparaison avec deux versions de TOMM-2 en prenant successivement la forme fonctionnelle linéaire et la forme fonctionnelle log-linéaire pour les 64 régressions sur les flux observés.

Comme critère de comparaison, on utilisera la statistique suivante pour évaluer les résultats sur l'ensemble des biens:

$$\phi(x,z) = \sum_{i=1}^{R} \sum_{j=1}^{R} \sum_{k\in I_1} 50 \left| \frac{x_{ij}^{k} - z_{ij}^{k}}{T} \right| \qquad (24)$$

où x_{ij}^{k} sont les flux interrégionaux obtenus du modèle TOMM-2, z_{ij}^{k} sont les flux observés et T est la somme golbale des flux interrégionaux. La même

statistique peut être définie pour chaque bien:

$$\phi^k(x,z) = \sum_{i=1}^{R} \sum_{j=1}^{R} 50 \left| \frac{x_{ij}^k - x_{ij}^k}{T^k} \right| \qquad (25)$$

où T^k est la somme des flux interrégionaux pour le bien k. Ce critère s'interprète facilement puisqu'il indique quel pourcentage des flux x_{ij}^k il faudrait déplacer pour reproduire exactement les flux observés z_{ij}^k (Pitfield, 1978).

En utilisant les mêmes données de base et les mêmes contraintes, on comparera les résultats obtenus avec le modèle gravitaire de Wilson ((8)-(11)) et avec un modèle linéaire où on minimise exclusivement les coûts de transport. On compare TOMM-2 avec ces modèles parce que ce sont les seuls qui incluent des aspects normatifs (en particulier le coût de transport), les modèles de type input-output interrégional fixant des coefficients insensibles à toute variable socio-économique.

On considérera de plus deux formulations différentes au niveau des contraintes. On comparera les trois types de modèles d'abord en n'incluant que les contraintes input-output régionales, puis en leur ajoutant des contraintes sur la production P_i^k de chaque bien commercialisable k dans chaque région i, soit

$$\sum_{j=1}^{R} x_{ij}^k = P_i^k \qquad \begin{matrix} i=1,\ldots,R \\ k \in I_1 \end{matrix} \quad . \qquad (26)$$

A partir des résultats résumés dans le tableau 1, on peut tirer quelques conslusions. D'abord, le modèle linéaire est supérieur au modèle

TABLEAU 1

Comparaison des résultats obtenus pour la statistique $\phi(x,z)$ avec les modèles TOMM-2, gravitaire et linéaire

A) Avec les contraintes sur la production dans chaque région:	
1) TOMM-2 (régressions log-linéaires)	9,9
2) TOMM-2 (régressions linéaires)	13,0
3) Gravitaire	22,5
4) Linéaire	19,8
B) Sans les contraintes sur la production dans chaque région:	
5) TOMM-2 (régressions log-linéaires)	17,1
6) TOMM-2 (régressions linéaires)	16,0
7) Gravitaire	51,9
8) Linéaire	31,0

---

gravitaire, ceci s'expliquant par le fait que 69,5% des flux observés sont intrarégionaux. Le modèle linéaire sans les contraintes de production ne permet que des flux intrarégionaux et ne peut donc se tromper ici de plus de 30%. Avec les contraintes de production, la proportion des flux inter-régionaux qu'il prédit est ramenée à 90% d'où son erreur de 20%. Si la proportion des flux intrarégionaux diminuait, son efficacité serait diminuée d'autant. Le modèle gravitaire devrait de son côté donner des résultats d'une efficacité comparable, quelle que soit cette proportion. Il en est de même du modèle TOMM-2 qui de plus est supérieur aux deux modèles, quelle que soit la forme fonctionnelle retenue dans les régressions. Si on utilise des régressions log-linéaires, c'est 9,9% et 17,1% des flux prédits qui devraient être réalloués pour reproduire les flux observés, selon qu'on ajoute ou non les contraintes de production. Les chiffres équivalents sont de 13,0% et de 16% si on utilise les régressions linéaires

Les résultats du modèle TOMM-2 semblent donc qualitativement fort respectables. Ils sont meilleurs que ceux des autres modèles, et cet avantage est plus marqué dans le cas où on ne considère pas les contraintes de production. C'est un avantage important dans la mesure où on partira de cette version du modèle pour simuler en termes de flux interrégionaux les conséquences de divers scénarios où il serait injustifiable de fixer de façon exogène la production dans chaque région. De plus, comme les régressions peuvent être améliorées pour chaque bien et que, par exemple, rien ne nous oblige à utiliser de façon uniforme la même forme fonctionnelle pour tous les biens, les résultats obtenus grâce au modèle TOMM-2 pourront possiblement être améliorés, ce qui n'est pas le cas pour les deux autres modèles.

Applications

Le modèle TOMM-2 permet une grande variété de simulations. On peut d'abord agir au niveau des variables socio-économiques expliquant les flux a priori. On peut, par exemple, diminuer les coûts de transport pour tous les flux de marchandises (ou pour certains d'entre eux) qui partent d'une ou de quelques régions et en voir l'effet sur les flux interrégionaux et sur la production régionale. L'effet se fait d'abord sentir au niveau des flux a priori qu'on recalcule à partir des coefficients estimés dans les régressions. Ces nouveaux flux a priori sont ensuite insérés dans le programme mathématique TOMM-2, dont la solution tendra vers ces nouveaux flux a priori tout en respectant cependant les contraintes qu'on leur impose.

On peut aussi agir au niveau des contraintes en modifiant certaines demandes finales régionales, tant pour les biens commercialisables que pour

les biens et services non-commercialisables. On pourrait ainsi voir l'impact sur une base régionale des politiques de transfert de revenus aux particuliers, par exemple. Les modifications peuvent aussi porter sur les coefficients structurels intersectoriels régionaux, si on veut simuler les effets de politiques dont le but serait d'agir sur la structure industrielle de certaines provinces.

Les applications sont donc très nombreuses et il est même possible de de désagréger au niveau de 67 zones les résultats ainsi obtenus en se servant du modèle FRETNET-D développé par Bigras et al. (1982c).

CONCLUSION

On a développé dans ce rapport un modèle économique multirégional qui est basé sur le concept d'information et qui tient compte des structures input-output régionales, de différentes variables socio-économiques et de l'inertie dans le système économique. En particulier, le modèle est sensible aux coûts de transport, contrairement aux modèles input-output interrégionaux classiques dont les coefficients sont fixés une fois pour toutes.

Le modèle suppose la détermination de flux a priori qui sont obtenus grâce aux résultats d'une régression des flux observés sur des variables socio-économiques choisies. Il demeure possible d'améliorer les résultats obtenus à ce niveau en examinant la spécification retenue pour chacun des 64 biens commercialisables, tant au niveau de la forme fonctionnelle qu'au niveau des variables explicatives à considérer. Il faudra aussi examiner plus à fond les problèmes statistiques que ces régressions peuvent poser.

L'utilisation du modèle TOBIT pour tenir compte du fait que plusieurs flux observés ont une valeur nulle, ne pouvant être négatifs, apporte une première correction à ce niveau.

De façon générale, les résultats préliminaires obtenus avec le modèle TOMM-2 s'avèrent très prometteurs. Ils sont déjà supérieurs à ceux obtenus avec les modèles de type gravitaire ou de type problème linéaire, et il est encore possible de les améliorer.

Quant aux applications, elles sont très variées, étant donné la forme très souple de la programmation mathématique où il est à la fois possible de modifier les contraintes et la fonction objectif. Il serait par exemple possible d'examiner les différentes politiques gouvernementales relatives aux disparités régionales (subventions des tarifs de transport, transferts de revenus aux particuliers ou aux entreprises, politiques structurelles).

Le modèle s'inscrit également dans le cadre du projet FRET (Los, 1980) dont le but est d'étudier les interactions entre le système de transport et les économies régionales. Les flux interrégionaux peuvent ainsi servir comme contraintes d'un modèle de distribution simulant les flux entre 64 zones du Canada (Bigras et al., 1982c).

RÉFÉRENCES

BIGRAS, Y., HAMELIN, P. et NGUYEN, S. (1982a). Calcul des coefficients pour le modèle économique multirégional TOMM. Publication #241, Centre de recherche sur les transports, Université de Montréal.

BIGRAS, Y., HAMELIN, P. et NGUYEN, S. (1982b). Une méthode de solution du modèle économique multirégional TOMM. Publication #250, Centre de recherche sur les transports, Université de Montréal.

BIGRAS, Y., HAMELIN, P. et NGUYEN, S. (1982c). Procédure pour l'estimation des matrices origine-destination de flux de marchandises au Canada. Publication #272, Centre de recherche sur les transports, Université de Montréal.

BLACK, W.R. (1972). Interregional Commodity Flows: Some Experiments with the Gravity Model. Journal of Regional Science, Vol. 12, pp. 107-118.

CHISHOLM, M. et O'SULLIVAN, P. (1973). Freight Flows and Spatial Aspects of the British Economy. Cambridge University Press.

COMMISSION CANADIENNE DES TRANSPORTS (1976). Report on Modelling the Demand for Freight Transport, Research Branch, Ottawa.

COURVILLE, L., DAGENAIS, M., NAPPI, C. et VAN PEETERSSEN, A. (1979). La sensibilité des industries au commerce interrégional: le cas du Québec, de l'Ontario et du reste du Canada. Gouvernement du Québec, ministère des Affaires intergouvernementales

GASTON, C. (1979). Canadian Interregional Input-Output Tables - Sources and Methodology. Statistique Canada, Division de l'analyse structurelle.

GRAHAM, L.J. (1975). C.I.G.G.T. Transportation Data Base - Description and Usage. Queen's University, Rapport #75-12.

HEAVER, T.D. et OUM, T.H. (1976). A Statistical Analysis of the Canadian Railway Rate Structure. Transportation Research Forum - Proceedings 17th Annual Meeting, Vol. 19, pp. 570-577.

ISARD, W. (1951). Interregional and Regional Input-Output Analysis. A Model of a Space Economy. The Review of Economics and Statistics, XXXIII, pp. 318-328.

JAYNES, E.T. (1957). Information Theory and Statistical Mechanics. Physical Review, Vol. 106, pp. 620-630.

KULLBACK, S. (1959). Information Theory and Statistics, Wiley, New-York.

LAMOND, B. (1980). Balancement de matrices et optimisation d'entropie. Publication #211, Centre de recherche sur les transports, Université de Montréal.

LEONTIEFF, W. et STROUT, A. (1963). Multiregional Input-Output Analysis. Structural Interdependence and Economic Development, Tibor Barna, ed., St. Martin's Press, London, pp. 119-150.

LOS, M. (1980). A Transportation-Oriented Multiregional Economic Model for Canada. Publication #178, Centre de recherche sur les transports, Université de Montréal.

MacGILL, S.M. (1978). Rectangular Input-Output Tables, Multiplier Analysis and Entropy Maximizing Principles: A New Methodology. Regional Science and Urban Economics, Vol. 8, pp. 355-370.

MADDALA, G.S. (1977). Econometrics. McGraw-Hill, New-York.

MERA, K. (1971). An evaluation of Gravity and Linear Programming Models for Predicting Interregional Commodity Flows. Techniques of Transport Planning, Vol. 1, J.R. Meyer, ed., Brookings Institute.

MINISTÈRE DE L'EXPANSION ÉCONOMIQUE RÉGIONALE, Division de l'analyse du développement économique (1976). An Interprovincial Input-Output Model - Version III.

MINISTÈRE DE L'EXPANSION ÉCONOMIQUE RÉGIONALE, Division de l'analyse du développement économique (1977). Employment and Occupational Impacts Using the Version III Interprovincial Input-Output Model.

MOSES, L.N. (1955). The Stability of Interregional Trading Patterns and Input-Output Analysis. Amercian Economic Review, Vol. 45, pp. 803-832.

O'SULLIVAN, P. et RALSTON, B. (1974). Forecasting Intercity Commodity Transport in the U.S.A. Regional Studies, Vol. 8, pp. 191-195.

PITFIELD, D.E. (1978). Freight Distribution Model Predictions Compared: A Test of Hypotheses. Environement and Planning A, Vol. 10, pp. 813-836.

RIEFLER, R.F. (1973). Interregional Input-Output: A State of the Art Survey. Studies in Economic Planning over Space and Time, Judge and Takayama, eds., North-Holland.

SHANNON, C.E. et WEAVER, W. (1949). The Mathematical Theory of Communication. University of Illinois Press, Urbana, Illinois.

SNICKARS, F. et WEIBULL, J.W. (1977). A Minimum Information Principle: Theory and Practice. Regional Science and Urban Economics, Vol. 7, pp. 137-168.

STATISTIQUE CANADA, Division de l'analyse structurelle (1976). User's Guide to Statistics Canada Structural Economics Models.

THEIL, H. (1967). Economics and Information Theory, North-Holland.

TOBIN, J. (1958). Estimation of Relationships for Limited Dependent Variables. Econometrica, Vol. 26, pp. 24-36.

VAN PEETERSSEN, A. (1979). Procédure d'élaboration d'un tableau input-output interrégional pour le Canada. Rapport de recherche #79-07, Ecole des Hautes Etudes Commerciales, Montréal.

WILSON, A.G. (1970). Entropy in Urban and Regional Modelling, Pion, London.